学芸学部　情報科学科
２０２４年度特別入学試験（帰国生、在日外国人学校出身者対象）
科目名：数学　【解答／解答例】

1. ${}_{15}C_{12}(-1)^3 = -455$

2. $y' = 3x^2 - 6ax = 3x(x-2a)$ より，$x = 0$ で極大値 a，$x = 2a$ で極小値 $-4a^3 + a$ をとる．
相異なる 3 つの実数解をもつには，$-4a^3 + a = a(1-4a^2) < 0$ となればよいので，$a > \dfrac{1}{2}$

3. $2024 = 2^3 \times 11 \times 23$ なので，約数の個数は $4 \times 2 \times 2 = 16$ 個
また総和は $(1+2+4+8)(1+11)(1+23) = 4320$

4. $\cos^2\theta = \dfrac{1}{1+\tan^2\theta} = \dfrac{1}{50}$ で，$\cos\theta < 0$ より $\cos\theta = -\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$.
また $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\tan\theta\cos^2\theta = -\dfrac{7}{25}$

5. 相加相乗平均の関係より，$10ab + \dfrac{10}{ab} + 29 \geqq 2\sqrt{10ab \cdot \dfrac{10}{ab}} + 29 = 49$.
$\therefore$ $ab = 1$ のとき最小値 49

6. (a) $\log_{10} 2^{200} = 200\log_{10} a = 60.20$ より 61 桁
(b) $\log_{10}\left(\dfrac{1}{15}\right)^{30} = 30(\log_{10} 2 - \log_{10} 3 - 1) = -35.283$ より小数第 36 位

7. メネラウスの定理より，$\dfrac{\mathrm{CA}}{\mathrm{OC}} \cdot \dfrac{\mathrm{EB}}{\mathrm{AE}} \cdot \dfrac{\mathrm{DO}}{\mathrm{BD}} = \dfrac{2}{1} \cdot \dfrac{\mathrm{EB}}{\mathrm{AE}} \cdot \dfrac{3}{1} = 1$. $\therefore \mathrm{AE} : \mathrm{EB} = 6 : 1$.

8. $a_n = 62 - 3n$ より，$a_{20} = 2 > 0$, $a_{21} = -1 < 0$ なので 20 項までの和が最大で，
求める最大値は $\dfrac{1}{2} \times 20 \times (59 + 2) = 610$

9. (a) $y' = \dfrac{3}{2}\sqrt{x} + \dfrac{1}{x^3}$
(b) $y' = (1 - 2x^2)e^{-x^2}$

10. (a) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\pi}\left(1 - \cos\dfrac{x}{6}\right)dx = \dfrac{1}{2}\left[x - 6\sin\dfrac{x}{6}\right]_0^{\pi} = \dfrac{\pi - 3}{2}$
(b) $\Big[xe^x - e^x\Big]_{-1}^{0} = \dfrac{2}{e} - 1$